

El 3
(253/1959)

UDC 621.392.26

ACTA POLYTECHNICA SCANDINAVICA

ELECTRICAL ENGINEERING SERIES NO. 3

M. G. ANDREASEN

Kurze Übergänge für H_{01} -Welle

Danish Contribution No. 4
COPENHAGEN 1959

ACTA POLYTECHNICA SCANDINAVICA

... a Scandinavian contribution to international engineering sciences

Published under the auspices of the Scandinavian Council for Applied Research

- in *Denmark* by the Danish Academy of Technical Sciences
- in *Finland* by the Finnish Academy of Technical Sciences, the Swedish Academy of Engineering Sciences in Finland, and the State Institute for Technical Research
- in *Norway* by the Norwegian Academy of Technical Science and the Royal Norwegian Council for Scientific and Industrial Research
- in *Sweden* by the Royal Swedish Academy of Engineering Sciences, the Swedish Natural Science Research Council, and the Swedish Technical Research Council

Acta Polytechnica Scandinavica consists of the following sub-series:

Chemistry including Metallurgy Series, Ch
Civil Engineering and Building Construction Series, Ci
Electrical Engineering Series, El
Mathematics and Computing Machinery Series, Ma
Mechanical Engineering Series, Me
Physics including Nucleonics Series, Ph

For subscription to the complete series or to one or more of the sub-series and for purchase of single copies, please write to

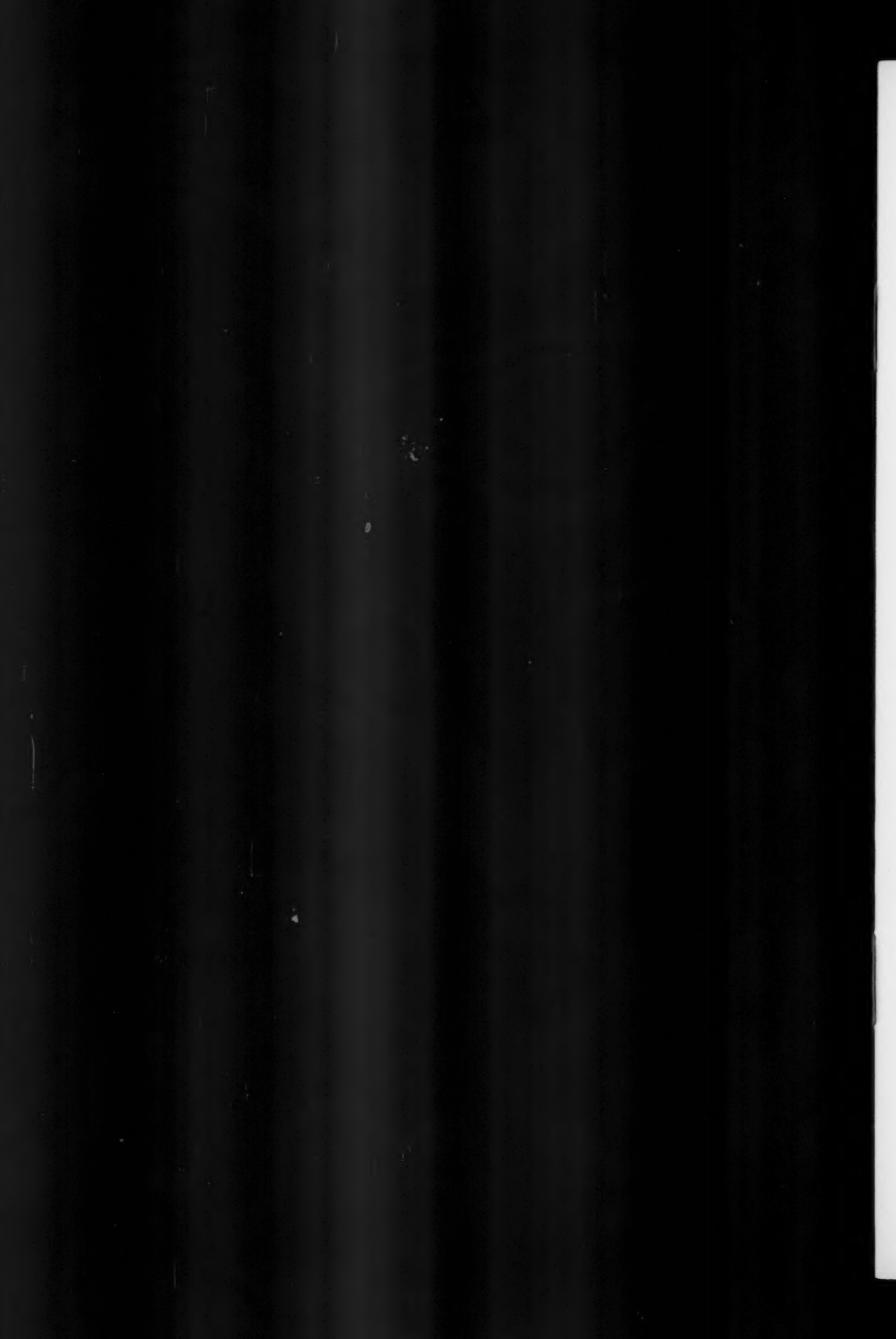
ACTA POLYTECHNICA SCANDINAVICA PUBLISHING OFFICE

Box 5073

Stockholm 5

Phone 61 47 53

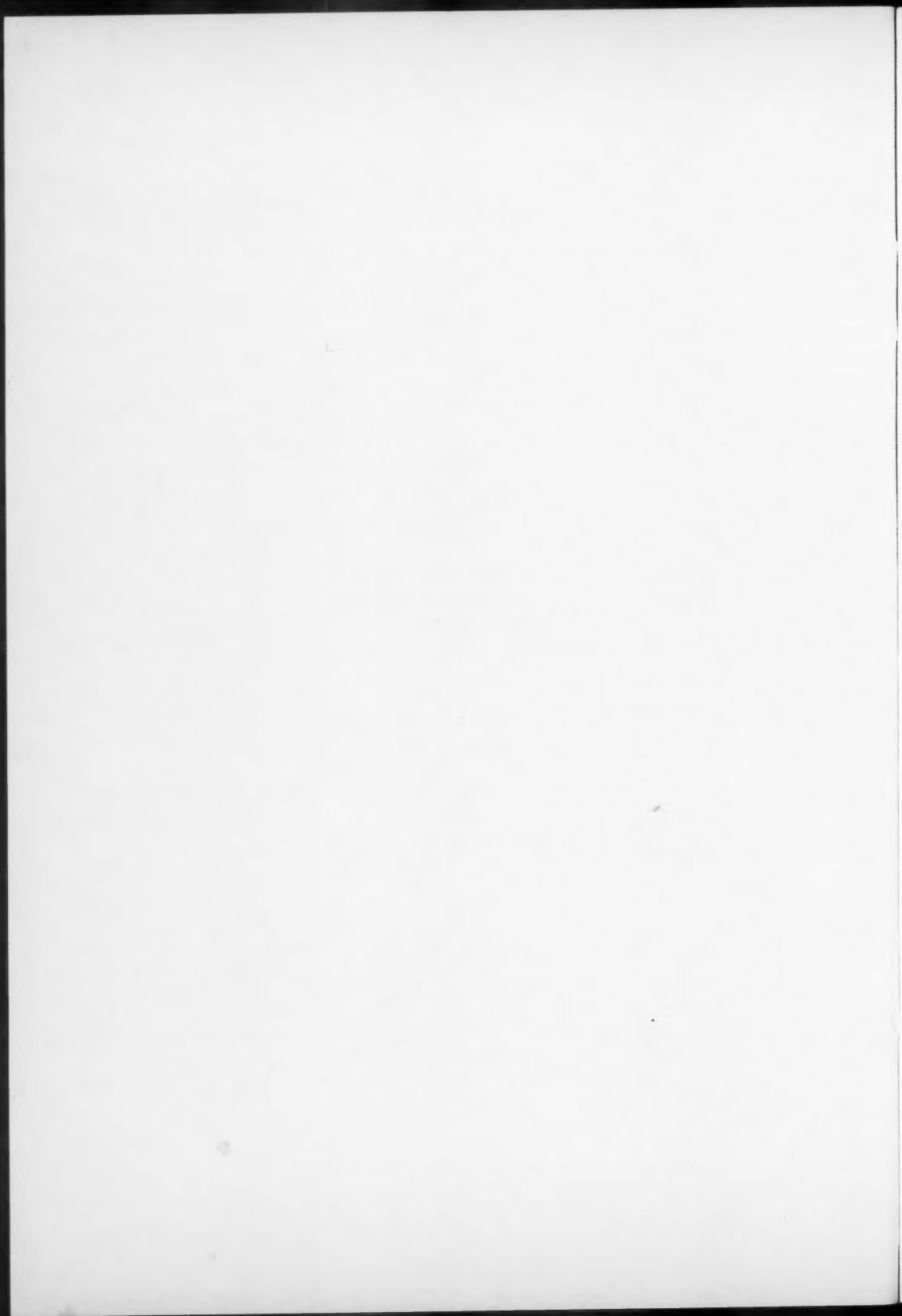
**This issue is published by
THE DANISH ACADEMY OF TECHNICAL SCIENCES
Copenhagen, Denmark**



KURZE ÜBERGÄNGE FÜR H_{01} -WELLE

von

M. G. Andreasen
civilingenieur, lic. techn.
Radioingenieurdienst
Nørrebrogade 10, Kopenhagen N.



ZUSAMMENFASSUNG

Bei Übertragung der H_{01} -Welle des kreisrunden Hohlleiters durch einen konischen Übergang wird eine weiterlaufende H_{02} -Welle relativ stark angeregt. Um die Energieumwandlung in diese Welle klein zu halten, muss die Länge des konischen Übergangs relativ gross sein. Hier wird theoretisch untersucht, wie der Übergang durch geeignete Form kürzer gehalten werden kann.

Die vorliegende Arbeit wurde während der Tätigkeit des
Verfassers im Zentral-Laboratorium der Siemens & Halske AG,
München, ausgeführt.

KURZE ÜBERGÄNGE FÜR H_{01} -WELLE

M. G. Andreasen
civilingeniør, lic. techn.

Radioingenieurdienst
Nørrebrogade 10, Kopenhagen N.

Einleitung.

In einer früheren Arbeit [1] wurden stetige Übergänge mit besonderer Berücksichtigung des konischen Übergangs zur Übertragung der H_{01} -Welle des kreisrunden Hohlleiters untersucht. Es wurde gefunden, dass eine relativ starke Energieumwandlung der zu übertragenden H_{01} -Welle in eine weiterlaufende H_{02} -stattfindet. Dies bedeutet praktisch, dass die Länge eines konischen Übergangs relativ gross sein muss, wenn kleine Energieumwandlung in einem breiten Frequenzband gefordert wird.

Über einem schmalen Frequenzband kann man die Länge eines konischen Übergangs relativ klein wählen, entweder durch Ausnutzung des Umstandes, dass die Energieumwandlung in die H_{02} -Welle bei Änderung der Länge des Übergangs oszilliert, oder durch Kompensation der im konischen Horn angeregten H_{02} -Welle mit Hilfe einer nach dem Übergang eingesetzten Anordnung, z. B. eines dielektrischen Rohres, wie von Morgan [2] vorgeschlagen.

Eine breitbandige Unterdrückung der Energieumwandlung in die weiterlaufende H_{02} -Welle ist möglich durch einen geeigneten Verlauf des Übergangs. Hier soll dann theoretisch untersucht werden, wie man in der Weise zu noch kürzeren Übergängen als mit dem konischen Übergang gelangen kann bei gleicher maximaler Energieumwandlung in einem gegebenen Tiefpass-Frequenzband.

2.

Wahl einer günstigen Energieumwandlungsfunktion.

Die Energieumwandlung eines zu übertragenden Wellentyps H_{op} durch einen Übergang beliebigen Verlaufs in einen weiterlaufenden Wellentyp H_{oq} ist näherungsweise gegeben durch:

$$\frac{P_{q2}}{P_{p1}} = \left| 2 \frac{(\kappa_p a)(\kappa_q a)}{(\kappa_q a)^2 - (\kappa_p a)^2} \int_{a_1}^{a_2} \sqrt{\frac{\beta_p}{\beta_q}} e^{-j \int_0^z (\beta_p - \beta_q) dz} \frac{da}{a} \right|^2 \quad (1)$$

(aus (50) und (65) in [1]). Hier sind κ_p und κ_q die Eigenwerte der Wellentypen H_{op} bzw. H_{oq} im geraden kreisrunden Hohlleiter des Durchmessers $2a$ (a der laufende Radius im Übergang, s. Bild 1). a_1 und a_2 sind die Radien der Hohlrohre am Anfang bzw. am Ende

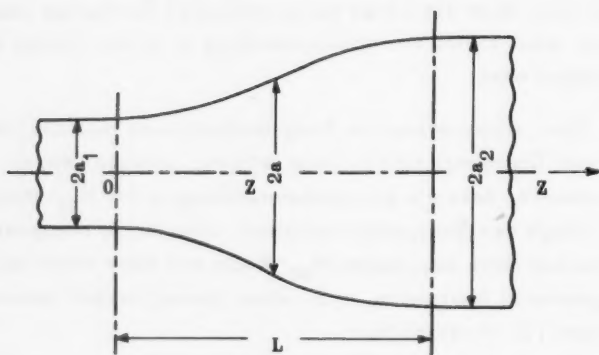


Bild 1. Übergang beliebigen Verlaufs.

des Übergangs. β_p und β_q sind die Ausbreitungskonstanten der Wellentypen H_{op} bzw. H_{oq} im geraden kreisrunden Hohlleiter des Durchmessers $2a$. Die Voraussetzungen bei der Herleitung von (1) sind, dass der laufende halbe Öffnungswinkel θ im Über-

gang klein ist und dass die Energieumwandlung in andere Wellentypen als die H_{0q} -Welle klein ist.

Unter der Voraussetzung

$$\frac{\kappa_q^2 + \kappa_p^2}{4k^2} \ll 1. \quad (2)$$

die bei hohen Frequenzen erfüllt wird, können β_p und β_q folgendermassen angenähert werden

$$\beta_p \approx k \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\kappa_p}{k} \right)^2 \right] \quad (3)$$

$$\beta_q \approx k \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\kappa_q}{k} \right)^2 \right] \quad (4)$$

Hier ist $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ die spezifische Ausbreitungskonstante des Mediums im Hohlleiter, und λ die Vakuumwellenlänge. Durch Einsetzung in (1) ergibt sich dann der folgende angenäherte Ausdruck für die weiterlaufende Welle H_{0q}

$$\frac{P_{q2}}{P_{p1}} = \left| 2 \frac{(\kappa_p a)(\kappa_q a)}{(\kappa_q a)^2 - (\kappa_p a)^2} F(\lambda) \right|^2 \quad (5)$$

Die hier eingehende Frequenzfunktion ist folgendermassen gegeben

$$F(\lambda) = \left| \int_{a_1}^{a_2} e^{-j \frac{(\kappa_q a)^2 - (\kappa_p a)^2}{2k} \int_0^z \frac{dz}{a^2}} \frac{da}{a} \right| \quad (6)$$

Zum späteren Vergleich ziehen wir die aus (5) hergeleitete Energieumwandlungsfunktion eines konischen Übergangs [1] heran

$$\frac{P_{q2}}{P_{p1}} = \left[4 \frac{(\kappa_p a)(\kappa_q a)}{[(\kappa_q a)^2 - (\kappa_p a)^2]^2} \frac{(ka_2)^2 - (ka_1)^2}{kL} \right]^2 \quad (7)$$

Bei der Herleitung dieses Ausdrucks wurde ferner vorausgesetzt

$$\frac{(\kappa_q a)^2 - (\kappa_p a)^2}{2\theta ka_1} \gg 1 \quad (8)$$

$$\frac{(\kappa_q a)^2 - (\kappa_p a)^2}{2\theta ka_2} \gg 1 \quad (9)$$

4.

Hier ist θ der halbe Öffnungswinkel des konischen Übergangs. Diese Bedingungen schliessen den optischen Grenzfall aus und sind praktisch meist sehr gut erfüllt.

Um die Energieumwandlung der durch einen Übergang zu übertragenden H_{op} -Welle in die weiterlaufende H_{oq} -Welle in einem Übergang gegebener Länge und in einem gegebenen Frequenzband möglichst klein zu halten, muss das Integral (6) möglichst klein sein. Zur Synthese des Übergangs soll zunächst das Integral (6) in ein Fourierintegral umgeformt werden. Dazu führen wir in (6) die folgende Substitution ein

$$\phi(z) = a_1 \int_0^z \frac{dz}{a} \quad (10)$$

$$\phi'(z) = \frac{a_1}{a} \quad (11)$$

Für die Frequenzfunktion (6) ergibt sich dann das Fourierintegral

$$F(\lambda) = \left| \frac{1}{2} \int_0^{\phi(L)} \frac{\phi''(z)}{[\phi'(z)]^2} e^{-j \frac{(\kappa_q a)^2 - (\kappa_p a)^2}{2ka_1} \phi(z)} d\phi(z) \right|. \quad (12)$$

$\phi(L)$ ist der Wert von $\phi(z)$ am Ende $z = L$ des Übergangs; er bestimmt bei beliebiger Wahl die Länge des Übergangs. Nach (10) wird $\phi(L)$ im Intervall

$$\frac{a_1}{a_2} \frac{L}{a_2} < \phi(L) < \frac{L}{a_2} \frac{a_2}{a_1} \quad (13)$$

liegen.

Die Integrationsgrenzen in (12) sollen jetzt auf -1 und +1 normiert werden. Dies geschieht durch Einführung der Substitution

$$v(z) = 2 \frac{\phi(z)}{\phi(L)} - 1 \quad (14)$$

Die Frequenzfunktion (12) schreibt sich dann

$$F(w) = \int_{-1}^1 G(v) e^{-jwv} dv \quad (15)$$

Als Frequenzparameter tritt hier

$$w = \frac{\rho(L)}{4ka_1} [(\kappa_q a)^2 - (\kappa_p a)^2] \quad (16)$$

auf. Die Übergangsfunktion $G(v)$ ist folgendermassen gegeben

$$G(v) = \frac{1}{2} \frac{v''(z)}{[v'(z)]^2} \quad (17)$$

Setzen wir $G(v) = 0$ für $|v| > 1$, folgt jetzt durch Anwendung des Fouriertransformationsgesetzes auf (15) die Übergangsfunktion bei gegebener Frequenzfunktion

$$G(v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) e^{jwv} dw \quad (18)$$

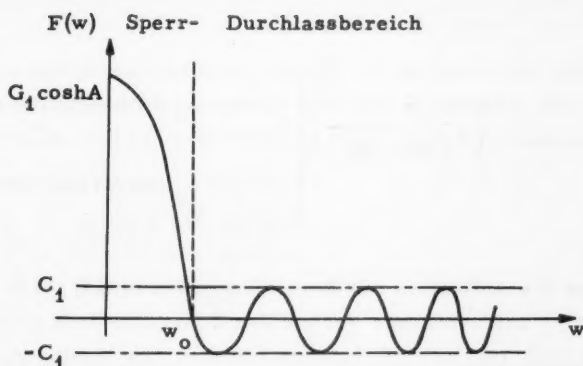
Die grösste Schwierigkeit bei der Verwendung dieser Beziehung zur Synthese des Übergangs ist, dass nur solche Frequenzfunktionen gewählt werden können, die $G(v)$ zu Null für $|v| > 1$ machen.

Der Ausdruck (15) bzw (18) ist ähnlich der Beziehung zwischen der Reflexion an einer inhomogenen Leitung und dem Impedanzverlauf der inhomogenen Leitung. So können die von der einfachen Leitungstheorie bekannten Analysemethoden angewandt werden zur Bestimmung eines günstigen H_{01} -Übergangs. In dieser Beziehung ist insbesondere auf die Arbeit von Bolinder (3) über inhomogene Leitungen hinzuweisen. Im folgenden soll jedoch keine Analyse, sondern wie oben erwähnt eine Synthese angestellt werden, um eine möglichst kurze Länge eines H_{01} -Übergangs gegebener Eigenschaften zu finden. Eine ähnliche Fouriertransformation wie (18) existiert auch zwischen dem Strahlungsdiagramm einer linearen Antenne und der Stromverteilung dieser Antenne. Bei der Diskussion, welche günstigste Form der H_{01} -Übergang haben soll, wollen wir dann auf bekannte Sätze aus der Antennentheorie zurückgreifen. Nach Arbeiten von Bouwkamp und de Bruijn [4] und von Riblet [5] über das Problem der optimalen Strom-bzw. Feldverteilung einer Antenne mit gegebenen Abmessungen folgt, dass theoretisch ein beliebig hoher Gewinn des Strahlungsdiagrammes erreicht werden kann. Daraus kann man jetzt auch schliessen, dass eine theoretisch beliebig kleine Energieumwandlung in einem H_{01} -Übergang gegebener Länge in einem gegebenen Frequenzband erreichbar ist. Praktisch trifft dies jedoch

nicht zu, da eine realisierbare Strom-bzw. Feldverteilung einer Antenne gleichphasig und gleichmässig sein, und der Übergang gleichmässig verlaufen soll. Wie die Strom- oder Feldverteilung einer Antenne sehr stark zu wechseln anfängt und deswegen meist ganz unrealisierbar wird, wenn man versucht, den Gewinn der Antenne nur wenig grösser als den maximalen Gewinn im üblichen Sinne ($4\pi/\lambda^2 \times \text{Aperturareal}$ für eine Aperturantenne) zu machen, so wird auch der Verlauf eines Überganges einen meist ganz unrealisierbaren Verlauf aufweisen, wenn man versucht, die Energieumwandlung im Übergang nur wenig unter eine gewisse relativ scharfe Grenze zu bringen. Diese praktische Grenze der erreichbaren Unterdrückung einer störenden Welle im Übergang geht aus Arbeiten von Dolph, Maas, und Klopfenstein hervor. Dolph [6] hat gezeigt, dass es eine optimale Stromverteilung einer linearen Antennen-Gruppe gibt, die bei vorgeschriebener minimaler Nebenzipfeldämpfung des Strahlungsdiagrammes zu einer kleinstmöglichen Breite der Hauptkeule des Strahlungsdiagrammes führt, wenn die Stromverteilung als gleichphasig angenommen wird. Aus der Arbeit von Dolph hat Maas [7] die entsprechende optimale, gleichmässige und gleichphasige Stromverteilung einer linearen Antenne gefunden und Klopfenstein [8] hat diese benutzt um einen optimalen Übergang zwischen zwei Koaxialkabeln zu berechnen. Aus diesen Arbeiten folgt, dass der praktisch günstigste Verlauf eines H_{01} -Übergangs mit Tiefpasscharakter erreicht wird, wenn für die Frequenzfunktion $F(w)$ der Ausdruck

$$F(w) = C_1 \cos \sqrt{w^2 - A^2} \quad (19)$$

gewählt wird. A ist eine reelle Konstante, die beliebig gewählt werden kann. C_1 ist eine Konstante, die durch eine Randbedingung gefunden werden soll (im folgenden Abschnitt). Die Frequenzfunktion (19) nimmt den Wert $C_1 \cosh A$ an für $w = 0$, was nach (16) dem optischen Grenzfall $\lambda = 0$ entspricht. Im Durchlassbereich ist der Höchstwert von (19) C_1 , s. beigefügte Skizze.



Die obere Grenzfrequenz des Durchlassbereiches soll durch die erste Nullstelle der Frequenzfunktion (19) definiert werden, d. h. durch

$$w_0 = \sqrt{A^2 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \quad (20)$$

Dass die Frequenzfunktion (19) Tiefpasscharakter hat und eine Synthese des Übergangs im optischen Grenzfall $w = 0$ deshalb nicht möglich ist, lässt sich auch physikalisch verstehen. Im optischen Grenzfall ist ja die Energieumwandlung im Übergang unabhängig von dem Verlauf des Übergangs.

Setzt man nun die optimale Frequenzfunktion (19) in das Fourierintegral (18) ein, ergibt sich zur Bestimmung der entsprechenden Übergangsfunktion [7, 8]

$$G(v) = \begin{cases} \frac{C_1}{2} \left[A^2 \frac{I_1(A\sqrt{1-v^2})}{A\sqrt{1-v^2}} + \delta(v-1) + \delta(v+1) \right] & \text{für } |v| \leq 1 \\ 0 & \text{für } |v| > 1 \end{cases} \quad (21)$$

Hier ist $I_1(x)$ die modifizierte Besselfunktion erster Ordnung. $\delta(x-x_0)$ ist die Impulsfunktion

$$\delta(x-x_0) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \neq x_0 \\ \infty & \text{für } x = x_0 \end{cases} \quad (22)$$

$$\int_a^b \delta(x-x_0) dx = \begin{cases} 1, & \text{wenn } x_0 \text{ im Integrationsbereich liegt} \\ 0, & \text{wenn } x_0 \text{ ausserhalb des Integrationsbereiches liegt.} \end{cases} \quad (23)$$

Wegen des Auftretens der Impulsfunktionen in (21) ist der dieser Funktion $G(v)$ entsprechende Verlauf des Übergangs doch nicht realisierbar. Nach (11), (14) und (17) bedeutet nämlich das Auftreten der Impulsfunktionen physikalisch, dass an beiden Enden des Übergangs Sprünge sein müssen, die der Voraussetzung $\theta \ll 1$ widersprechen.

Ein quasi-optimaler Verlauf des Übergangs ergibt sich, wenn die in (21) eingehenden Impulsfunktionen vernachlässigt werden. Wir untersuchen demnach die Übergangsfunktion

$$G(v) = \begin{cases} \frac{C_1}{2} A^2 \frac{I_1(A \sqrt{1-v^2})}{A \sqrt{1-v^2}} & \text{für } |v| \leq 1 \\ 0 & \text{für } |v| > 1 \end{cases} \quad (24)$$

Die entsprechende Frequenzfunktion wird nach (15)

$$F(w) = C_1 (\cos \sqrt{w^2 - A^2} - \cos w) \quad (25)$$

Diese quasi-optimale Frequenzfunktion nimmt im Durchlassbereich den maximalen Wert

$$|F(w)|_{\max} = 2C_1 \quad (26)$$

an, also das Doppelte des Höchstwertes der optimalen Frequenzfunktion (19) in deren Durchlassbereich. Nach (5) wird dann die Energieumwandlung im quasi-optimalen Übergang bis 6 dB grösser als im optimalen aber unrealisierbaren Übergang bei gleicher Länge der Übergänge.

Die erste Nullstelle der quasi-optimalen Frequenzfunktion (25) ist

$$w_0 = m\pi + \frac{A^2}{4m\pi} \quad (27)$$

Hier ist m die ganze positive Zahl, die $\frac{A}{2\pi}$ am nächsten ist. Nach (16) wird dann die obere Grenzfrequenz des Durchlassbereiches, die durch die erste Nullstelle (27) von (25) definiert wird, folgendermassen gegeben

$$\frac{a_1}{\lambda_0} = \frac{\varphi(L) [(\kappa_q a)^2 - (\kappa_p a)^2]}{8\pi(m\pi + \frac{A^2}{4m\pi})} \quad (28)$$

Man sieht, dass für eine kleine Energieumwandlung bei Erweiterung des übertragenen Frequenzbandes (λ_0 kleiner) $\varphi(L)$ grösser werden muss. Dies bedeutet nach (13), dass auch die Länge des Übergangs grösser sein muss, was auch zu erwarten war.

In dem Durchlassbereich ist nun nach (5) und (26) die maximale Energieumwandlung des durch den quasi-optimalen Übergang zu übertragenden Wellentyp H_{op} in den weiterlaufenden Wellentyp H_{oq} folgendermassen gegeben

$$\left| \frac{P_{q2}}{P_{p1}} \right| = \left| 4C_1 \frac{(\kappa_p a)(\kappa_q a)}{(\kappa_q a)^2 - (\kappa_p a)^2} \right|^2 \quad (29)$$

$$= \left| 4 \frac{(\kappa_p a)(\kappa_q a)}{(\kappa_q a)^2 - (\kappa_p a)^2} \frac{\ln \left(\frac{a_2}{a_1} \right)}{\cosh A - 1} \right|^2 \quad (30)$$

Hier ist schon die im Folgenden gefundene Konstante C_1 (38) eingesetzt. Aus diesem Ausdruck wurde der Energieverlust einer durch den quasi-optimalen Übergang übertragenen H_{01} -Welle ($\kappa_{01} a = 3,832$) durch Umwandlung in die weiterlaufende H_{02} -Welle ($\kappa_{02} a = 7,016$) berechnet und in Bild 2 dargestellt in Abhängigkeit von dem Radienverhältnis a_2/a_1 und für verschiedene Werte von $20 \lg \cosh A$.

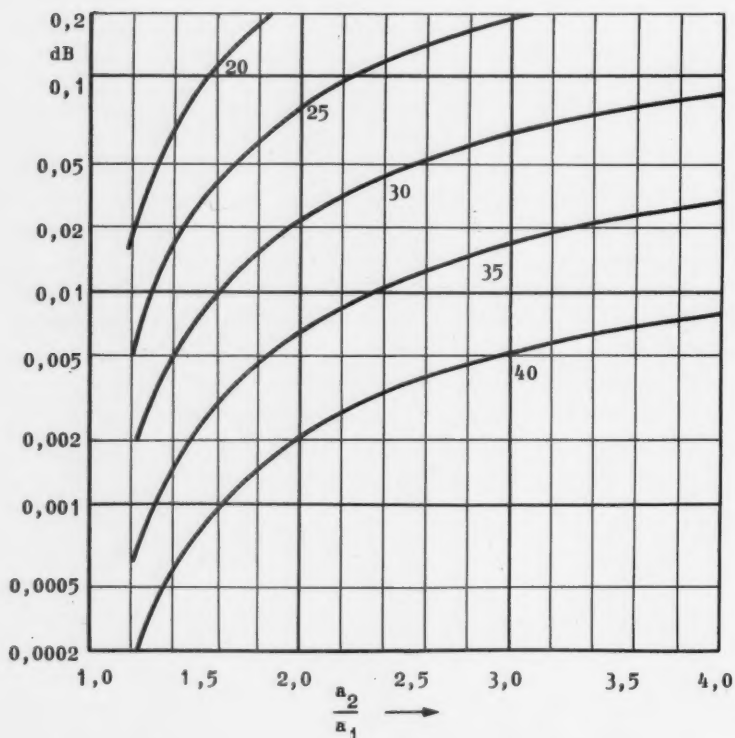


Bild 2. Energieverlust einer durch einen quasi-optimalen Übergang übertragenen H_{01} -Welle durch Umwandlung in die weiterlaufende H_{02} -Welle im Durchlassbereich. Parameter $20 \lg \cosh A$.

Verlauf des quasi-optimalen Übergangs.

Nach der Bestimmung der quasi-optimalen Energieumwandlungsfunktion (29) soll jetzt der entsprechende geometrische Verlauf des Übergangs gefunden werden. Dieser ist aus der Funktion $G(v)$ (24) zu berechnen. Nach (17) ist

$$\frac{d^2 v(z)}{dz^2} = \left(\frac{dv(z)}{dz} \right)^2 2G(v) \quad (31)$$

Durch Integration dieser Differentialgleichung ergibt sich

$$v'(z) = \frac{dv(z)}{dz} = C_2 e^{2 \int_{-1}^v G(v) dv} \quad (32)$$

C_2 ist eine Integrationskonstante, die zusammen mit der oben eingeführten Konstante C_1 zur Erfüllung der Randbedingungen am Anfang $z = 0$ und am Ende $z = L$ des Übergangs dienen. Nach (11) und (14) sind diese Randbedingungen

$$v'(z) = \frac{2}{a_1^2 \varphi(L)} \quad \text{für } z = 0, \text{ d.h. } v = -1 \quad (33)$$

$$v'(z) = \frac{2a_1}{a_2^2 \varphi(L)} \quad \text{für } z = L, \text{ d.h. } v = +1 \quad (34)$$

Die Erfüllung der ersten dieser Bedingungen gibt nach (32)

$$C_2 = \frac{2}{a_1^2 \varphi(L)} \quad (35)$$

Die Erfüllung der zweiten Randbedingung gibt, indem für $G(v)$ den Ausdruck (24) in (32) eingesetzt wird

$$\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 = e^{C_1 A^2 \int_{-1}^1 \frac{I_1(A \sqrt{1-v^2})}{A \sqrt{1-v^2}} dv} \quad (36)$$

Da nach Klopfenstein [7]

$$\int_{-1}^1 \frac{I_1(A \sqrt{1-v^2})}{A \sqrt{1-v^2}} dv = 2 \frac{\cosh A - 1}{A^2} \quad (37)$$

ist, folgt dann

$$C_1 = - \frac{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}{\cosh A - 1} \quad (38)$$

Die Ableitung von v nach z ist also

$$v'(z) = \frac{dv(z)}{dz} = \frac{2}{a_1 \varphi(L)} e^{-\ln(\frac{a_2}{a_1}) \frac{A^2}{\cosh A - 1} \int_{-1}^v \frac{I_1(A\sqrt{1-v^2})}{A\sqrt{1-v^2}} dv} \quad (39)$$

Nach (11) und (14) ist aber $v'(z)$ gleich $\frac{2a_1}{\varphi(L)} a^{-2}$. Demnach ergibt sich aus (39) die folgende Beziehung zwischen dem laufenden Radius a des Übergangs und dem Parameter v

$$\frac{a}{a_1} = e^{\frac{1}{2} \ln(\frac{a_2}{a_1}) \frac{A^2}{\cosh A - 1} \int_{-1}^v \frac{I_1(A\sqrt{1-v^2})}{A\sqrt{1-v^2}} dv} \quad (40)$$

Wir wünschen jedoch den laufenden Radius a des Übergangs in Abhängigkeit von der Koordinate z längs des Übergangs zu finden. Dazu suchen wir noch eine Beziehung zwischen dem Parameter v und der Koordinate z . Diese Beziehung ergibt sich aus (39) durch Integration

$$\frac{z}{a_1} = \frac{\varphi(L)}{2} \int_{-1}^v e^{\ln(\frac{a_2}{a_1}) \frac{A^2}{\cosh A - 1} \int_{-1}^v \frac{I_1(A\sqrt{1-v^2})}{A\sqrt{1-v^2}} dv} dv \quad (41)$$

Die durch die Synthese vorgeschriebene Länge des Übergangs ist nach (41)

$$\frac{L}{a_1} = \frac{\varphi(L)}{2} \int_{-1}^1 e^{\ln(\frac{a_2}{a_1}) \frac{A^2}{\cosh A - 1} \int_{-1}^v \frac{I_1(\sqrt{1-v^2})}{A\sqrt{1-v^2}} dv} dv \quad (42)$$

Dann ergibt sich für die normierte Koordinate längs des Übergangs

$$\frac{z}{L} = \frac{\int_{-1}^v e^{\ln(\frac{a_2}{a_1}) \frac{A^2}{\cosh A - 1} \int_{-1}^v \frac{I_1(A\sqrt{1-v^2})}{A\sqrt{1-v^2}} dv} dv}{\int_{-1}^1 e^{\ln(\frac{a_2}{a_1}) \frac{A^2}{\cosh A - 1} \int_{-1}^v \frac{I_1(A\sqrt{1-v^2})}{A\sqrt{1-v^2}} dv} dv} \quad (43)$$

Das hier eingehende Integral kann nicht in geschlossene Form gebracht werden und muss daher numerisch ausgewertet werden. Das innere Integral über die modifizierte Besselfunktion wurde von Klopfenstein [8] für verschiedene Werte von A ausgewertet. Die Resultate von numerischen Berechnungen der Beziehungen (40) und (43) sind in der Tabelle 1, Anhang, angegeben und sind in den Bildern 3, 4 und 5 dargestellt. Gezeigt ist a/a_1 in Abhängigkeit von z/L für verschiedene Werte von a_2/a_1 und A .

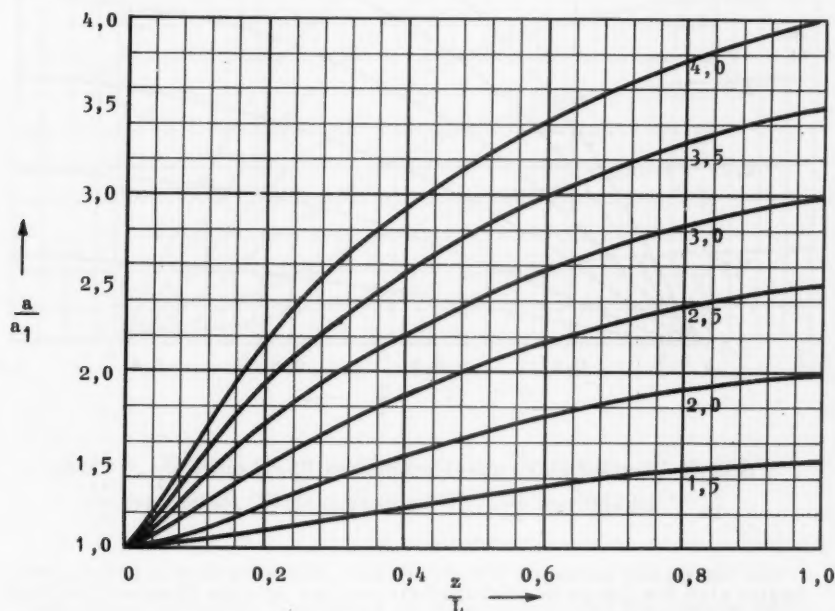


Bild 3. Verlauf eines quasi-optimalen Übergangs, $\frac{a}{a_1}$ in Abhängigkeit von $\frac{z}{L}$. $20 \lg \cosh A = 20$. Parameter $\frac{a_2}{a_1}$.

Die Länge L des Übergangs ist in (42) durch die Konstante $\phi(L)$ gegeben. Ersetzen wir nach (28) $\phi(L)$ durch

$$\phi(L) = 8\pi \frac{m\pi + \frac{A^2}{4m\pi}}{(\kappa_q a)^2 - (\kappa_p a)^2} \frac{a_1}{\lambda_0} \quad (44)$$

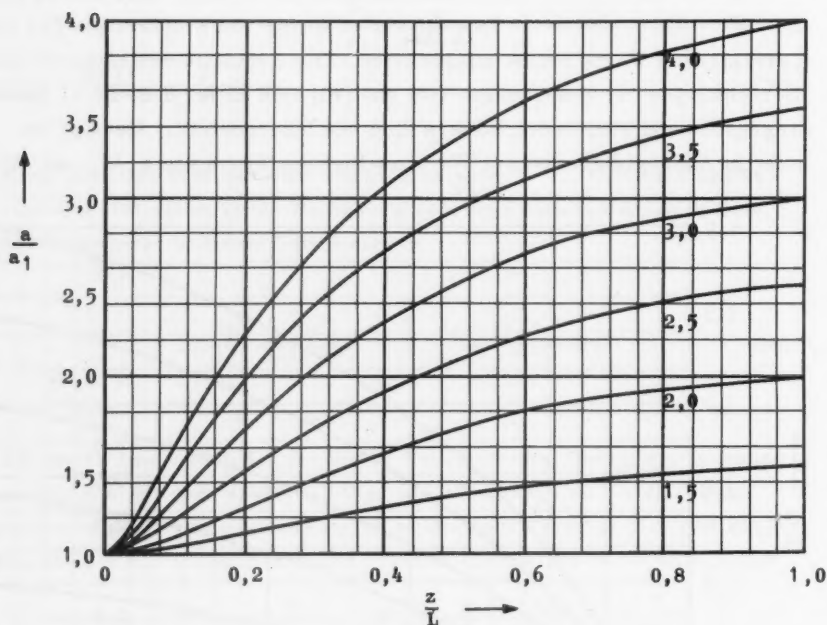


Bild 4. Verlauf eines quasi-optimalen Übergangs, $\frac{a}{a_1}$. Abhängigkeit von $\frac{z}{L}$. $20 \lg \cosh A = 30$. Parameter $\frac{a_2}{a_1}$

ergibt sich die Länge in Abhängigkeit von der unteren Grenzwellenlänge λ_0 des Durchlassbereiches folgendermassen

$$\frac{L}{a_1} \frac{\lambda_0}{a_1} = 4\pi \frac{m\pi + \frac{A^2}{4m\pi}}{(\kappa_q a)^2 - (\kappa_p a)^2} \int_{-1}^1 e^{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right) \frac{A^2}{\cosh A - 1} \int_{-1}^v \frac{I_1(A\sqrt{1-v^2})}{A\sqrt{1-v^2}} dv} dv \quad (45)$$

Für die Energieumwandlung einer durch den quasi-optimalen Übergang zu übertragenden H_{01} -Welle in die weiterlaufende H_{02} -Welle ist die durch diesen Ausdruck gegebene Länge des Übergangs in Bild 6 dargestellt in Abhängigkeit von a_2/a_1 für verschiedene Werte von $20 \lg \cosh A$. Es

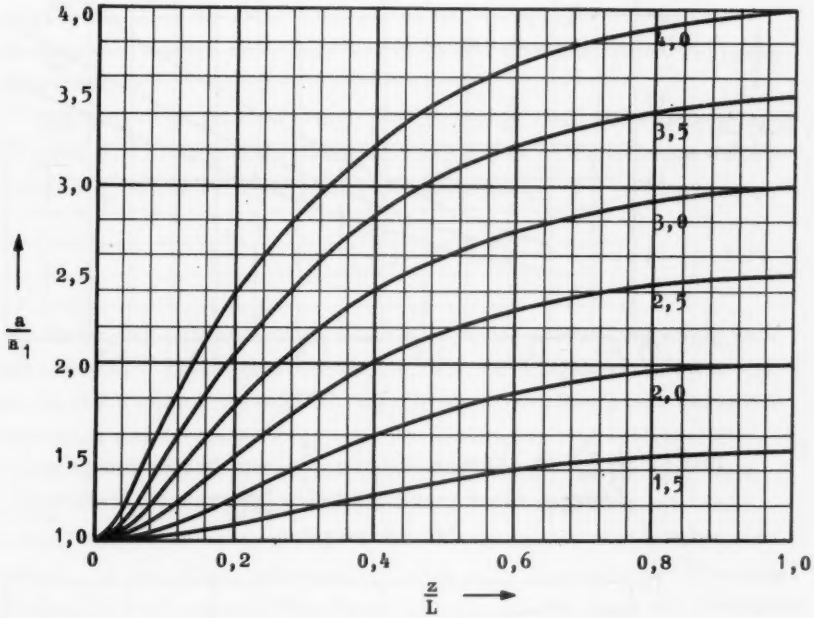


Bild 5. Verlauf eines quasi-optimalen Übergangs, $\frac{a}{a_1}$ in Abhängigkeit von $\frac{z}{L}$. $20 \lg \cosh A = 40$. Parameter $\frac{a_2}{a_1}$

wird jetzt von Interesse sein, die durch (45) gegebene Länge mit der Länge eines konischen Übergangs zu vergleichen, der die gleiche maximale Energieumwandlung in die H_{02} -Welle gibt wie der quasi-optimale Übergang in dessen Durchlassbereich. Dieser Vergleich basiert auf der Energieumwandlungsfunktion (7) des konischen Übergangs und ist durch das Verhältnis der Länge des quasi-optimalen Übergangs in Bild 7 dargestellt in Abhängigkeit von a_2/a_1 für verschiedene Werte von $20 \lg \cosh A$. Man bemerkt, dass eine um so kräftigere Verkürzung eines konischen durch Verwendung eines quasi-optimalen Übergangs möglich ist je grösser A ist, d.h. je kleiner die vorgeschriebene maximale Energieumwandlung ist. Wählt man $20 \lg \cosh A = 20$, so ist die Verkürzung ganz gering. Wählt man aber $20 \lg \cosh A = 40$, ist der Verkürzungsfaktor etwa 9.

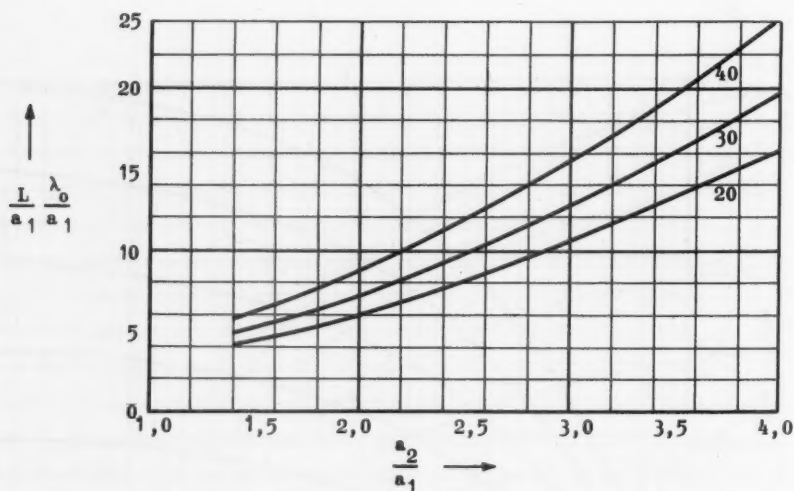


Bild 6. $\frac{L}{a_1} \frac{\lambda_0}{a_1}$ in Abhängigkeit von $\frac{a_2}{a_1}$, zur Bestimmung der Länge L eines quasi-optimalen Übergangs. Parameter $20 \lg \cosh A$.

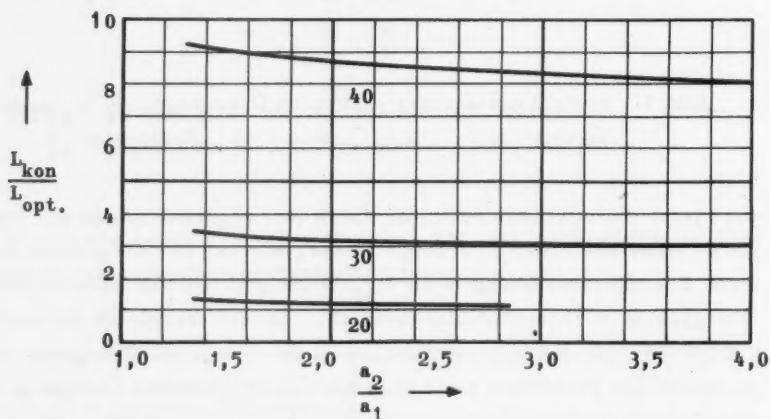


Bild 7. Verhältnis der Länge eines konischen Übergangs und der Länge eines quasi-optimalen Übergangs bei gleicher maximaler Energieumwandlung der H_{01} -Welle in die weiterlaufende H_{02} -Welle im Tiefpassband des quasi-optimalen Übergangs. Parameter $20 \lg \cosh A$.

Die oben hergeleiteten Ausdrücke der Energieumwandlung (30) und des Verlaufes (40) und (43) gelten sowohl für einen konvergierenden Übergang als auch für einen divergierenden Übergang. Numerische Berechnungen wurden allerdings nur für einen divergierenden Übergang durchgeführt.

Dem quasi-optimalen Verlauf des Übergangs liegt die Voraussetzung (2) zugrunde. Für die Energieumwandlung der H_{01} -Welle in die weiterlaufende H_{02} -Welle schreibt sich diese Bedingung

$$\left(\frac{a_1}{\lambda}\right)^2 \quad \text{und} \quad \left(\frac{a_2}{\lambda}\right)^2 \gg 0,40 \quad (46)$$

Diese Bedingung drückt aus, dass die H_{02} -Welle ausbreitungsfähig sein muss sowohl im Eingangshohlleiter als auch im Ausgangshohlleiter und dass die Hohlrohrwellenlänge der H_{02} -Welle nicht allzu gross gegen die Wellenlänge des freien Raumes ist. Die Bedingung (46) schliesst die Anwendung des hier hergeleiteten quasi-optimalen Verlaufs aus, wenn die H_{02} -Welle nur im Ausgangshohlleiter ausbreitungsfähig ist. In solchen Fällen wird vorgeschlagen, den Übergang aus zwei Stücken aufzubauen. An den Eingangsquerschnitt wird z. B. ein konischer Übergang angesetzt, dessen Ausgangsdurchmesser so gross ist, dass die Bedingung (46) am Ausgang des konischen Übergangs recht gut erfüllt ist. In diesem Übergang, der relativ kurz gemacht werden kann, wird die H_{02} -Welle nur schwach angeregt, weil die Kopplung zwischen der H_{01} -Welle und der H_{02} -Welle schwach ist, wenn die Ausbreitungskonstante der H_{02} -Welle einen imaginären bzw. einen kleinen reellen Wert annimmt. Zwischen dem konischen Übergang und dem Ausgangshohlleiter des grösseren Durchmessers wird dann ein quasi-optimaler Übergang mit dem oben berechneten Verlaufe eingesetzt werden können zur Unterdrückung der Energieumwandlung in die weiterlaufende H_{02} -Welle in dem Teil des gesamten Übergangs, wo die Kopplung zwischen der H_{01} -Welle und der H_{02} -Welle am stärksten und deshalb für die gesamte Energieumwandlung in die H_{02} -Welle am gefährlichsten ist.

Ferner ist vor auszusetzen, dass die Energieumwandlung der H_{01} -Welle in andere Wellentypen als die betrachtete H_{02} -Welle klein ist. Nach (28) und (30) ist diese Bedingung sicher erfüllt.

Ferner ist vor auszusetzen, dass der laufende halbe Öffnungswinkel θ des Übergangs klein ist, $\theta \ll 1$. Diese Bedingung dürfte praktisch als erfüllt angesehen werden können, wenn der Höchstwert von θ 10° beträgt, d. h. wenn

$$\frac{L}{a_1} \geq \left[\frac{d(\frac{a}{a_1})}{d(\frac{x}{L})} \right]_{\max} \frac{180}{10 \cdot \pi} \quad (47)$$

Der hier eingehende Differentialquotient ist die maximale Steigung der Kurven in den Bildern 4 - 6. Die durch (47) geforderte minimale Länge

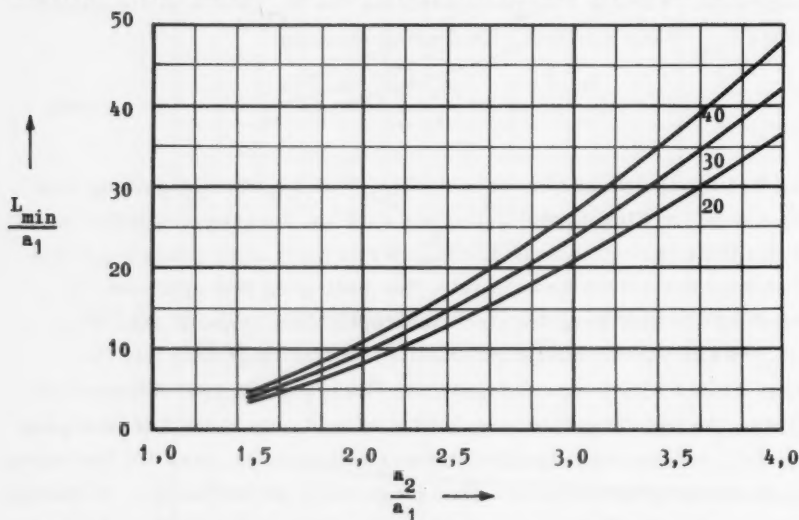


Bild 8. Die durch die Bedingung $\theta_{\max} = 10^\circ$ geforderte minimale Länge eines quasi-optimalen Übergangs. Parameter $20 \lg \cosh A$.

des quasi-optimalen Übergangs ist durch das Verhältnis L_{\min}/a_1 in Bild 8 aufgetragen in Abhängigkeit von a_2/a_1 für verschiedene Werte von $20 \lg \cosh A$.

An Hand des folgenden Beispiels soll die Anwendung der gewonnenen Kurven verdeutlicht werden. Gewünscht sei ein Übergang zwischen einem Hohlrohr von 31,6 mm Durchmesser und einem von 50 mm Durchmesser, der es zulässt, die H_{01} -Welle im Frequenzband 30 - 50 GHz mit einem Höchstverlust von etwa 0,01 dB durch Umwandlung in eine weiterlaufende H_{02} -Welle zu übertragen. Die in die H_{02} -Welle umgewandelte Energie wird dabei höchstens etwa $0,01/4,34 \cdot 100 \text{ ‰} = 0,23 \text{ ‰}$ der Energie der einfallenden H_{01} -Welle betragen. Wir setzen also

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 15,8 \text{ mm} \\ a_2 = 25,0 \text{ mm} \end{array} \right\} \frac{a_2}{a_1} = 1,58$$

$$\text{Untere Grenzwellenlänge } \lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^{11}}{50 \cdot 10^9} = 6 \text{ mm}$$

Aus Bild 2 sieht man, dass, um mit $\frac{a_2}{a_1} = 1,58$ ein Höchstverlust von 0,01 dB durch Umwandlung in die H_{02} -Welle zu erreichen, man $20 \lg \cosh A > 30$ wählen muss. Setzen wir zunächst $20 \lg \cosh A = 30$, ergibt sich die Länge des Übergangs aus Bild 6

$$\frac{L}{a_1} \frac{\lambda_0}{a_1} = 5,4;$$

$$L = \frac{5,4}{6} \cdot 15,8^2 = 225 \text{ mm}$$

Um eine ausreichende Sicherheit zu gewähren, wählt man $L = 250 \text{ mm}$. Aus Bild 8 stellt man fest, dass diese Länge grösser ist als die durch die Bedingung $\theta_{\max} = 10^\circ$ geforderte minimale Länge $L_{\min} = 15,8 \cdot 5,2 \text{ mm} = 82 \text{ mm}$.

Der normierte Verlauf des Übergangs geht durch Interpolation aus Bild 4 hervor.

Schliesslich wird kontrolliert, dass die Bedingung (46) im Frequenzband 30 - 50 GHz nicht schlecht erfüllt ist: Die grösste Vakuumwellenlänge im übertragenen Frequenzband ist $\lambda = 10 \text{ mm}$, also liegt der Synthese des Übergangs die Voraussetzung

$$\left(\frac{a_1}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{15,8}{10}\right)^2 = 2,5 \gg 0,40$$

zugrunde. Diese Ungleichheit dürfte als recht gut erfüllt angesehen werden können.

SCHRIFTTUM

- [1] Andreassen, M.G. Stetige Übergänge für H_{01} -Welle mit besonderer Berücksichtigung des konischen Übergangs. Acta Polytechnica Scandinavica, El 4 (AP 254, 1959)
- [2] Morgan, S.P. US-Patent 2762982, Sept. 11, 1956.
- [3] Bolinder, F. Fourier transforms in the theory of inhomogeneous transmission lines. Transact. Royal Inst. Technology, Stockholm, nr. 48 (1951).
- [4] Bouwkamp, C.J.
de Bruijn, N.G. The problem of optimum antenna current distribution. Philips Res. Rep. 1. (1946) 135 - 158.
- [5] Riblet, H.J. Note on the maximum directivity of an antenna. Proc. Inst. Radio Engrs., 36 (1948) 620-623.
- [6] Dolph, C.L. A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beam width and side-lobe level. Proc. Inst. Radio Engrs. 34 (1946) 335-348.
- [7] Maas, G.J. van der A simplified calculation for Dolph-Tchebycheff arrays. J. appl. Phys., 25 (1954) 121 - 124.
- [8] Klopfenstein A transmission line taper of improved design. Proc. Inst. Radio Engrs., 44 (1956) 31 - 35.

AnhangVerlauf eines quasi-optimalen Übergangs

$$20 \lg \cosh A = 30$$

$\frac{a_2}{a_1} = 1,5$		$\frac{a_2}{a_1} = 2,0$		$\frac{a_2}{a_1} = 2,5$		$\frac{a_2}{a_1} = 3,0$		$\frac{a_2}{a_1} = 3,5$		$\frac{a_2}{a_1} = 4,0$	
z/L	a/a ₁	z/L	a/a ₁	z/L	a/a ₁	z/L	a/a ₁	z/L	a/a ₁	z/L	a/a ₁
0,0000	1,000	0,0000	1,000	0,0000	1,000	0,0000	1,000	0,0000	1,000	0,0000	1,000
0,0323	1,007	0,0227	1,012	0,0168	1,016	0,0130	1,019	0,0104	1,022	0,0085	1,024
0,0652	1,017	0,0460	1,029	0,0343	1,039	0,0267	1,047	0,0214	1,053	0,0175	1,059
0,0988	1,030	0,0703	1,052	0,0527	1,070	0,0412	1,084	0,0331	1,097	0,0273	1,108
0,1334	1,047	0,0958	1,082	0,0724	1,110	0,0569	1,133	0,0460	1,154	0,0381	1,171
0,1693	1,068	0,1229	1,119	0,0938	1,161	0,0742	1,196	0,0604	1,226	0,0503	1,253
0,2067	1,093	0,1521	1,164	0,1173	1,222	0,0937	1,272	0,0768	1,316	0,0644	1,355
0,2460	1,121	0,1838	1,216	0,1436	1,296	0,1159	1,364	0,0960	1,425	0,0811	1,481
0,2875	1,153	0,2186	1,276	0,1732	1,380	0,1416	1,472	0,1185	1,554	0,1012	1,628
0,3315	1,188	0,2570	1,342	0,2070	1,476	0,1716	1,595	0,1455	1,703	0,1256	1,802
0,3782	1,225	0,2996	1,414	0,2458	1,581	0,2070	1,732	0,1780	1,871	0,1557	2,000
0,4278	1,263	0,3469	1,490	0,2902	1,694	0,2488	1,881	0,2173	2,056	0,1927	2,220
0,4805	1,301	0,3992	1,567	0,3412	1,811	0,2980	2,038	0,2646	2,253	0,2382	2,456
0,5364	1,338	0,4571	1,644	0,3992	1,930	0,3555	2,199	0,3212	2,457	0,2936	2,703
0,5953	1,373	0,5205	1,718	0,4648	2,045	0,4220	2,358	0,3879	2,660	0,3603	2,952
0,6572	1,404	0,5894	1,787	0,5380	2,154	0,4979	2,509	0,4655	2,855	0,4389	3,193
0,7218	1,432	0,6635	1,848	0,6186	2,252	0,5830	2,647	0,5541	3,034	0,5299	3,415
0,7888	1,456	0,7423	1,900	0,7060	2,337	0,6770	2,767	0,6530	3,192	0,6329	3,608
0,8577	1,475	0,8252	1,943	0,7995	2,407	0,7786	2,866	0,7614	3,323	0,7467	3,776
0,9283	1,490	0,9113	1,976	0,8978	2,461	0,8868	2,944	0,8776	3,425	0,8697	3,906
1,0000	1,500	1,0000	2,000	1,0000	2,500	1,0000	3,000	1,0000	3,500	1,0000	4,000

$$20 \lg \cosh A = 40$$

$\frac{a_2}{a_1} = 1,5$		$\frac{a_2}{a_1} = 2,0$		$\frac{a_2}{a_1} = 2,5$		$\frac{a_2}{a_1} = 3,0$		$\frac{a_2}{a_1} = 3,5$		$\frac{a_2}{a_1} = 4,0$	
z/L	a/a ₁	z/L	a/a ₁	z/L	a/a ₁	z/L	a/a ₁	z/L	a/a ₁	z/L	a/a ₁
0,0000	1,000	0,0000	1,000	0,0000	1,000	0,0000	1,000	0,0000	1,000	0,0000	1,000
0,0321	1,004	0,0223	1,007	0,0164	1,009	0,0126	1,011	0,0100	1,013	0,0081	1,014
0,0645	1,011	0,0450	1,019	0,0333	1,025	0,0256	1,030	0,0203	1,034	0,0166	1,038
0,0975	1,021	0,0684	1,037	0,0507	1,049	0,0392	1,059	0,0312	1,067	0,0255	1,075
0,1313	1,036	0,0928	1,062	0,0692	1,083	0,0537	1,100	0,0430	1,115	0,0352	1,128
0,1662	1,056	0,1186	1,097	0,0891	1,130	0,0696	1,158	0,0560	1,182	0,0461	1,203
0,2026	1,080	0,1464	1,141	0,1110	1,190	0,0874	1,232	0,0708	1,269	0,0587	1,302
0,2410	1,110	0,1766	1,195	0,1356	1,266	0,1078	1,327	0,0881	1,380	0,0736	1,429
0,2816	1,145	0,2100	1,260	0,1635	1,357	0,1317	1,442	0,1088	1,518	0,0918	1,587
0,3248	1,183	0,2472	1,333	0,1959	1,462	0,1601	1,577	0,1341	1,682	0,1145	1,777
0,3712	1,225	0,2890	1,414	0,2336	1,581	0,1943	1,732	0,1652	1,871	0,1431	2,000
0,4208	1,268	0,3361	1,500	0,2777	1,709	0,2355	1,902	0,2038	2,081	0,1793	2,251
0,4740	1,311	0,3890	1,588	0,3291	1,843	0,2851	2,081	0,2515	2,306	0,2251	2,521
0,5306	1,351	0,4480	1,673	0,3885	1,975	0,3440	2,261	0,3095	2,536	0,2820	2,800
0,5907	1,389	0,5132	1,753	0,4563	2,100	0,4129	2,435	0,3789	2,758	0,3514	3,073
0,6538	1,421	0,5842	1,824	0,5322	2,213	0,4920	2,592	0,4599	2,962	0,4338	3,326
0,7197	1,448	0,6605	1,883	0,6156	2,308	0,5805	2,726	0,5521	3,138	0,5288	3,545
0,7877	1,469	0,7411	1,929	0,7054	2,384	0,6772	2,834	0,6542	3,280	0,6351	3,723
0,8574	1,484	0,8253	1,964	0,8004	2,440	0,7805	2,914	0,7642	3,385	0,7506	3,855
0,9283	1,494	0,9119	1,986	0,8990	2,477	0,8887	2,968	0,8802	3,457	0,8730	3,946
1,0000	1,500	1,0000	2,000	1,0000	2,500	1,0000	3,000	1,0000	3,500	1,0000	4,000

PF. tryk.

THE LAST VOLUMES OF ACTA POLYTECHNICA ELECTRICAL ENGINEERING SERIES

(The predecessor of Acta Polytechnica Scandinavica)

Volume 7

- Nr 1 GÖRANSSON, K. and HANSSON, L: *An Experimental Investigation of Subharmonic Oscillations in a Nonlinear System.* Acta P 191 (1956), 16 pp, Sw. Kr 2: 00 UDC 621.3.018.3
- Nr 2 ANDREASEN, M G: *Reflection and Transmission through two parallel Wire Grids.* Acta P 192 (1956), 30 pp, Sw. Kr 5: 00 UDC 621.396.67
- Nr 3 ELGESKÖ, E: *Photoformer Analysis and Design.* Acta P 198 (1956), 40 pp, Sw. Kr 8: 50 UDC 621.374.32:621.385.832
- Nr 4 LOTTRUP KNUDSEN, H: *The Quadruped Antenna.* Acta P 200 (1956), 32 pp, Sw. Kr 5: 00 UDC 621.396.67.095
- Nr 5 BOLINDER, F E: *Graphical Methods for Transforming Impedances through Lossless Networks by the Cayley-Klein Diagram.* Acta P 202 (1956), 13 pp, Sw. Kr 5: 00 UDC 621.3.012:621.3.011.21
- Nr 6 SVENSSON, I, HELLGREN, G, and PERERS, O: *The Swedish Radioscientific Solar Eclipse Expedition to Italy, 1952. Preliminary Report.* Acta P 212 (1957), 30 pp, Sw. Kr 8: 00 UDC 522.15(483):523.78
- Nr 7 GUDMANDSEN, P, and LARSEN, B F: *Statistical Data for Microwave Propagation Measurements on Two Oversea Paths in Denmark.* Acta P 213 (1957), 37 pp, 29 Figs, Sw. Kr 10: 00 UDC 621.371:621.396.24(489)
- Nr 8 BOLINDER, F E: *Study of the Exponential Line by the Isometric Circle Method and Hyperbolic Geometry.* Acta P 214 (1957), 21 pp, Sw. Kr 6: 00 UDC 621.3.012:621.3.011.01
- Nr 9 EKELOF, S, BJÖRK, N, and DAVIDSON, R: *Large Signal Behaviour of Directly Heated Thermistors.* Acta P 216 (1957), 30 pp, Sw. Kr 8: 00 UDC 621.316.825
- Nr 10 BRUNDELL, P O: *A New Table of the Amplitude Functions of the Iterated Sine- and Cosine-Integrals and some Comments on the Aperiodic Functions in Hallén's Antenna Theory.* Acta P 217 (1957), 13 pp, Sw. Kr 2: 00 UDC 621.396.67
- Nr 11 DAHLGREN, F: *The Rationalisation in Electromagnetism and Electrostatics.* Acta P 218 (1957), 13 pp, Sw. Kr 2: 00 UDC 621.3.013:621.3.081.1

Volume 8

- Nr 1 GEHLSHØJ, B: *Electromechanical and Electroacoustical Analogies and Their Use in Computations and Diagrams of Oscillating Systems.* Acta P 223 (1957), 140 pp, Sw. Kr 16: 00 UDC 621.39:534.1
- Nr 2 DAM, P L, RASMUSSEN, R E H, and JONASSEN, N: *On the Measurements of Electrostatic Fields and Spark Energies.* Acta P 224 (1957), 26 pp, Sw. Kr 5: 00 UDC 537.21.08
- Nr 3 ALM, E: *Fractional-Slot Windings for Three-Phase Synchronous Machines and Their Properties at Load.* Acta P 227 (1957), 42 pp, Sw. Kr 5: 50 UDC 621.313.32
- Nr 4 SUND, H: *A Sound Spectrometer for Speech Analysis.* Acta P 228 (1957), 64 pp, Sw. Kr 7: 50 UDC 534.784.087:621.39.001.11
- Nr 5 LAURENT, T: *General Physical Laws for the Electrical Filter Ladder.* Acta P 231 (1957), 21 pp, Sw. Kr 4: 00 UDC 621.372.54
- Nr 6 BOLINDER, F E: *Some Applications of the Isometric Circle Method to Impedance Transformations Through Lossless Two-Port Networks.* Acta P 232 (1957), 20 pp, Sw. Kr 6: 00 UDC 621.3.012:621.3.011.21
- Nr 7 AAGESEN, J: *Polarization-Transforming Plane Reflector for Microwaves.* Acta P 239 (1957), 28 pp, Sw. Kr. 5: 00 UDC 621.336.67
- Nr 8 EKELOF, S: *The Development and Decay of the Magnetic Flux in a Non-Delayed Telephone Relay. (A Study of Telephone Relays — 3)* Acta P 240 (1957), 51 pp, Sw. Kr. 15: 00 UDC 621.318.5:621.395.64

ACTA POLYTECHNICA SCANDINAVICA ELECTRICAL ENGINEERING SERIES

- E1 1 MATTILA, P.: *The Theory of the Electron Wave Tube for Elliptic Cross Section.* (Acta P 241/1958), 78 pp, Sw. Kr. 7: 00 UDC 621.385.029.6
- E1 2 HYVÄRINEN, L. P.: *The Autocorrelation and Power Spectrum of Nonstationary Shot Noise.* (Acta P 252/1958), 23 pp, Sw. Kr. 7: 00 UDC 621.396.82:621.287.422
- E1 3 ANDREASEN, M. G.: *Kurze Übergänge für H_{01} -Welle* (Acta P 253/1959), 22 pp, Sw. Kr. 7: 00 UDC 621.392.26
- E1 4 ANDREASEN, M. G.: *Stetige Übergänge für H_{01} -Welle mit besonderer Berücksichtigung des homischen Übergangs.* (Acta P 254/1959), 23 pp, Sw. Kr. 7: 00 UDC 621.392.26

Price Sw. Kr. 7,00

